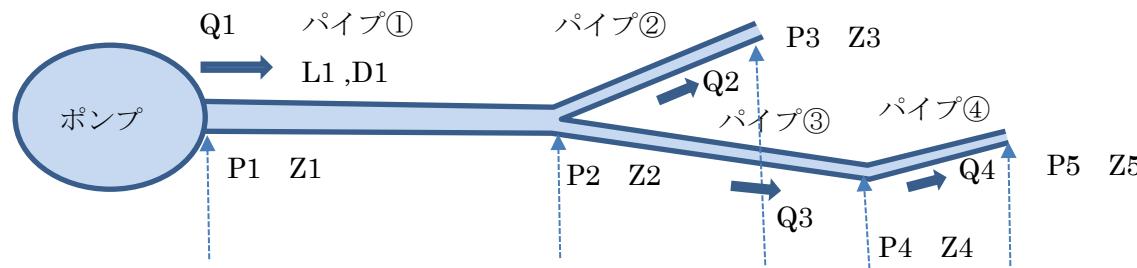


# Chapter 6 管路網の方程式

by ほろ酔いオヤジ 2019/06/04

## 1. 簡単な例

まず簡単な例で方程式を作ってみる。図に示すように4本のパイプがつながっており、途中で分岐しているとする。各パイプの流量を $Q_1 \sim Q_4$ 、パイプの節点とその点の圧力を $P_1 \sim P_5$ 、各接点の高さを $Z_1 \sim Z_5$ 、各パイプの内径を $D_1 \sim D_4$ 、長さを $L_1 \sim L_4$ とおく。



Chapter4 の (5) 式より

$$\text{パイプ①の方程式は } P_1 - P_2 + \rho g(Z_1 - Z_2) - R_1 \times Q_1^2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{同じく② } \quad \text{〃} \quad P_2 - P_3 + \rho g(Z_2 - Z_3) - R_2 \times Q_2^2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{同じく③ } \quad \text{〃} \quad P_2 - P_4 + \rho g(Z_2 - Z_4) - R_3 \times Q_3^2 = 0 \quad (3)$$

$$\text{同じく④ } \quad \text{〃} \quad P_4 - P_5 + \rho g(Z_4 - Z_5) - R_4 \times Q_4^2 = 0 \quad (4)$$

ただし、 $R_n = \rho g \times 0.0827 \times \lambda n \times \frac{L_n}{Dn^5}$  である。

また、分岐前の流量と分岐後の合計流量は同じであることから

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (5)$$

$$Q_3 = Q_4 \quad (6)$$

以上の 6 個の方程式が得られる。ここで高さやパイプの長さ、内径はわかっている。出口圧力の  $P_3$ 、 $P_5$  は大気圧と同じであるからゼロとおける。大気圧は水源側にもかかっているので相殺されるのでゼロとおけるのだ。

$$P_3 = 0 \quad (7)$$

$$P_5 = 0 \quad (8)$$

ポンプの出口流量  $Q_1$  をある値として与えると、未知数は  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_4$  と  $Q_2$ 、 $Q_3$ 、 $Q_4$  の 6 個となる。方程式が 6 個で未知数が 6 個なのでこの連立方程式を解いて未知数の解が得られることになる。この結果各接点の圧力と各パイプの流量が得られる。パイプの数や分岐の数が増えた場合にも同様に未知数の数と同じ数の方程式が得られ、これを解くことで解が得られる。

## 2. 連立非線形方程式の解法（ニュートン法）

6 個の未知数と 6 個の連立方程式が得られた。中学校あたりで習った多元連立方程式に対し、二乗項がふくまれており、多元連立非線形方程式ということになる。手計算で解くことはできないが、ニュートン法を使ってコンピュータの数値計算で精度良い近似解を求めることができる。具体的にこの多元連立非線形方程式をどのように解いていくかは長くなるので、ここに記すのはやめておく。

## 3. まとめ

ポンプから吐出される流量を与えてあげて、それに続く配管網をパイプの集まりとしてモデル化すれば、各接点の圧力と、各パイプを流れる流量を多元連立非線形方程式をニュートン法で解くことで得ることができる。