

Chapter 4 ベルヌーイの定理

by ほろ酔いオヤジ 2019/05/30

1. ベルヌーイの定理とは

いよいよベルヌーイの定理だ。ベルヌーイの定理とは定常に流れている液体（非圧縮、非粘性）におけるエネルギー保存の法則を示すものだ。パイプの入り口の状態と出口の状態を表す式である。下図のようにパイプの左側に流量 Q の水が入ってきて、右側出口から同じ流量 Q の水が定常に出ていている状態を考える。

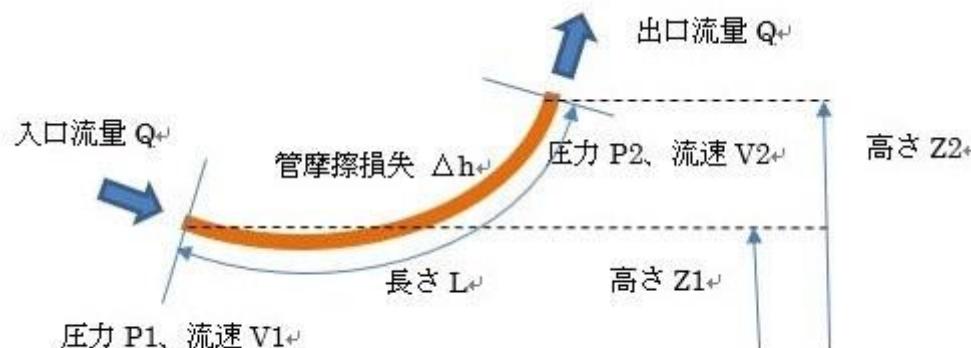


図 管内の流れ

ベルヌーイの定理から以下の関係が成り立つ。

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h \quad (1)$$

式 (1) が有名なベルヌーイの定理であるが、左辺第一項が圧力の水頭換算値、第二項は高さによる水頭、第3項は運動エネルギーの水頭換算値、 Δh が摩擦損失の水頭換算値である。つまり、左側の入り口の総エネルギーは、圧力 P_1 による圧力

エネルギーと高さ Z_1 による位置エネルギーに流速 V_1 による運動エネルギーからなるのに対し、右側出口側では圧力エネルギー、位置エネルギー、運動エネルギーに加えて管摩擦損失によるエネルギーを加えたものが総和になり、その値は等しいということになる。結局、摩擦損失によるロスが起こっているということだ。

2. 内径一定のパイプの場合

次に内径が一定のパイプを考える。入ってくる水の量と出ていく水の量は同じである。当然入り口の流速と出口の流速は同じである。よって $V_1=V_2$ である。(1) 式を変形すると、

$$P_1 - P_2 + \rho g(Z_1 - Z_2) - \rho g \Delta h = 0 \quad (2)$$

となる。

CHAPTER3 の摩擦損失を表すダルシーウイズバッハの式をもう一度示せば、

$$\Delta h = 0.0827 \times \lambda \times \frac{L}{D^5} \times Q^2 \quad (3)$$

であった。式をすっきりさせるために

$$R = \rho g \times 0.0827 \times \lambda \times \frac{L}{D^5} \quad (4)$$

とおいてやると (2) 式は

$$P_1 - P_2 + \rho g(Z_1 - Z_2) - R \times Q^2 = 0 \quad (5)$$

となる。これが内径一定のパイプの入り口、出口の関係を表す式である。R は流体の密度や CHAPTER3 で触れた摩擦損失係数やパイプの長さ、パイプの内径で決まる定数である。これを使ってスプリンクラー網全体の方程式を作っていく。